Automaton

在介绍Automation类之前先介绍下有穷自动机的概念，有穷自动机分为确定型有穷自动机(DFA)跟不确定型有穷自动机(NFA)。由于本篇文章是为介绍TermRangeQuery作准备的，所以只介绍确定型有穷自动机。

确定型有穷自动机(Deterministic Finite Automaton)

这种自动机在读任何输入序列后只能处在一个状态中，术语“确定型”是指这样的事实：在每个输入上存在且仅存在一个状态，自动机可以从当前状态转移到这个状态。

确定型有穷自动机的定义

- 一个确定型有穷自动机包括：一个有穷的状态集合，通常记作Q。
- 一个有穷的**输入符号**集合，通常记作 $\sum$。
- 一个转移函数，以一个状态和一个输入符号作为变量，返回一个状态。转移函数通常记作δ。在表示自动机的图中，用状态之间的箭弧和箭弧上的标记来表示δ。如果q是一个状态，a是一个输入符号，则$\delta(q, a)$是这样的状态p，使得从p到q有带a标记的箭弧。
- 一个初始状态，是Q中状态之一。
- 一个终结状态或接受状态的集合F。集合F是Q的子集。

通常用缩写DFA来指示确定型有穷自动机。最紧凑的DFA表示是列出上面5个部分，DFA可以用西面的五元组表示：

A = (Q，$\sum$，δ，q_0，F)

其中A是DFA的名称，Q是状态集合，$\sum$是输入符号，δ是转移函数，q_0是初始状态，F是接受状态集合。

DFA如何处理串

关于DFA需要理解的第一件事情是，DFA如何决定是否“接受”输入符号序列。DFA的"语言"是这个DFA接受的所有的串的集合。假设$a_1 a_2 ... a_n$是输入序列。让这个DFA从初始状态q_0开始运行。查询转移函数δ，比如说$\delta(q_0，a_1) = q_1$，以找出DFA A在处理第一个输入符号a_1之后进入的状态。处理下一个输入符号a_2，求$\delta(q_1，a_2)$的值，假设这个状态是q_2，以这种方式继续下去，找出状态q_3，q_4，…，q_n，使得对每个i, $\delta(q_{i-1}，a_i) = q_i$。如果$q_n$属于$F$，则接受输入$a_1 a_2 ... a_n$，否则就“拒绝”。

例子

形式化地规定一个DFA，接受所有仅在串中某个地方有01序列的0和1组成的串，可以把这个语言L写成：

{w | w形如x01y, x和y是只包含0和1的两个串}

这个语言中的串的例子包括01、11010和100011。不属于这个语言的串的例子包括0、1000、111000。

对于接受这个语言L的自动机，我们知道些什么？首先，输入字母是$\sum$ = {0，1}。有某个状态集合Q，其中一个状态(如q_0)是初始转态。这个自动机需要记住这样的重要事实：至此看到了什么样的输入。为了判定01是不 是这个输入的一个字串，A需要记住：

1. 是否已经看到了01？如果是，就接受后续输入的每个序列，即从现在起只处在接受状态中。
2. 是否还没有看到01，但上一个输入是0，所以如果现在看到1，就看到01.并且接受从此开始看到的所有东西?
3. 是否还没有看到01，但上一个输入要么不存在(刚开始运行)，要么上次看到1？在这种情况下，A直到先看到0然后立即看到1才接受。

这三个条件每个都能用一个状态表示。条件(3)用初始状态q_0来表示。的确，在刚开始时，需要看到一个0然后看到一个1，但是如果在状态q_0下接着看到一个1，就并没有更接近于看到01，所以必须停留在状态q_0中。即，$\delta(q_0，1) = q_0$。

但是，如果在状态 q_0下接着看到0，就处在条件(2)中，也就是说，还没有看到01，但看到了0。因此，用 q_2来表示条件(2)。在输入0上从 q_0出发的转移是$\delta(q_0，0) = q_2$。

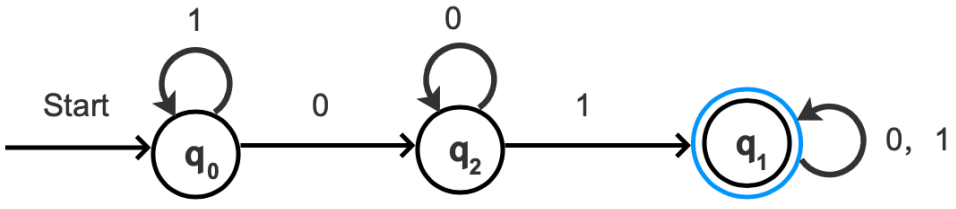
现在，来考虑从状态 q_2出发的转移。如果看到0，就并没有取得任何进展，但也没有任何退步。还没有看到01，但0是上一个符号，所以还在等待1。状态 q_2完美地描述了这种局面，所以希望$\delta(q_2，0) = q_2$。如果在状态q_2看到1输入，现在就知道有一个0后面跟着1.就可以进入接受状态，把接受状态称为q_1，q_1对应上面的条件(1)。就是说，$\delta(q_2，1) = q_1$。

最后，必须设计状态q_1的转移。在这个状态下，已经看到了01序列，所以无论发生上面事情，都还是处在这样的局面下：已经看到01。也就是说，$\delta(q_1，0)==\delta(q_1，1)=q_1$。

因此，Q = {q_0，q_1，q_2}，已经说过，q_0是初始状态，唯一的接受状态是q_1，也就是说，F = {q_1}。接受语言L(有01字串的串的语言)的自动机A的完整描述是 A = ({q_0，q_1，q_2}，{0，1}，δ，q_0，{q_1})其中δ是上面描述的转移函数。

转移图

根据上面的例子，生成的转移图如下： 图1：



蓝色圆圈表示当前状态只处在接受状态。

DFA在Lucene中的应用

在Lucene，跟DFA相关功能有 通配符查询(WildcardQuery)、正则表达式(Regular Expression)、范围查询TermRangeQuery等。本篇文章中仅介绍TermRangeQuery。

TermRangeQuery中的DFA

TermRangeQuery利用DFA来使得在查询阶段能获得查询范围的所有term，或者说所有的域值。我们直接通过一个例子来介绍DFA。

例子

索引阶段的数据： 图2：

```
Document doc ;
// 0
doc = new Document();
doc.add(new TextField( name: "content",  value: "a", Field.Store.YES));
doc.add(new TextField( name: "name",  value: "Cris", Field.Store.YES));
indexWriter.addDocument(doc);
// 1
doc = new Document();
doc.add(new TextField( name: "content",  value: "bcd", Field.Store.YES));
doc.add(new TextField( name: "name",  value: "Andy", Field.Store.YES));
indexWriter.addDocument(doc);
// 2
doc = new Document();
doc.add(new TextField( name: "content",  value: "ga", Field.Store.YES));
doc.add(new TextField( name: "name",  value: "Jack", Field.Store.YES));
indexWriter.addDocument(doc);
// 3
doc = new Document();
doc.add(new TextField( name: "content",  value: "gc", Field.Store.YES));
doc.add(new TextField( name: "name",  value: "Pony", Field.Store.YES));
indexWriter.addDocument(doc);
// 4
doc = new Document();
doc.add(new TextField( name: "content",  value: "gch", Field.Store.YES));
doc.add(new TextField( name: "name",  value: "Jolin", Field.Store.YES));
indexWriter.addDocument(doc);
// 5
doc = new Document();
doc.add(new TextField( name: "content",  value: "gchb", Field.Store.YES));
doc.add(new TextField( name: "name",  value: "Jay", Field.Store.YES));
indexWriter.addDocument(doc);
indexWriter.commit();
```

查询条件： 图3：

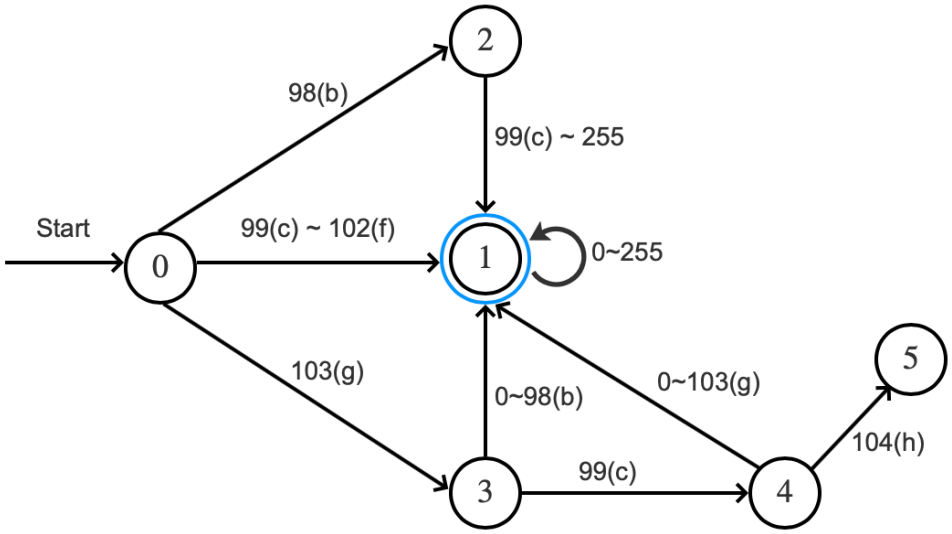
```
IndexReader reader = DirectoryReader.open(indexWriter);
IndexSearcher searcher = new IndexSearcher(reader);

Query query = new TermRangeQuery( field: "content", new BytesRef( text: "bc"), new BytesRef( text: "gch"),  includeLower: true,  includeUpper: true);
```

生成DFA的过程本篇文章不会详细介绍，理由是如果能弄明白上面提到的DFA的概念，然后再去根据我注释的源码，相信很快能明白其逻辑过程。生成DFA全部过程的源码都在Automata.java文件中的Automaton makeBinaryInterval(...)方法中。GitHub地址：https://github.com/luxugang/Lucene-7.5.0/blob/master/solr-7.5.0/lucene/core/src/java/org/apache/lucene/util/automaton/Automata.java

转移图：

图4：



上图中 数字为ASCII。 接受语言L(域值大于等于"bc"并且小于等于"gch")的自动机A的完整描述是

A = ({0，1，2，3，4，5}， {0，… ，255}， δ，0，{0，5})

筛选满足查询范围要求的域值

由于我们在TermRangeQuery中指定的域名为“content”，所以Lucene会按照从小到大的顺序遍历所有域名为"content"的域值，即"a"、"bcd"、"ga"、“gc”、"gch"、"gchb"，然后对这些域值逐个的去DFA中查找，比如说"bcd"，**总是从状态0开始**，检查每一个字符"b"、"c"、"d"能否在DFA中通过转移分别找到各自的状态，或者找到一个可接受的状态（蓝色圆圈的状态），如果前面两个条件之一满足，那么我们认为"bcd"是满足在范围"bc"~"gch"中的。

转移函数

状态0的转移函数

状态0有到状态1、状态2、状态3 一共三种转移方式，转移函数为：

$$\delta(0\ ,\ ASCII)\begin{cases}1, & 99(c)\le ASCII\le 102(f)\\ 2, & ASCII=98(b)\\ 3, & ASCII=103(g)\end{cases}$$

状态1的转移函数

状态1是一个可接受状态，转移函数为：

$$\delta(1\ ,\ ASCII)=1\ ,\qquad 所有的\ ASCII$$

状态2的转移函数

状态2有到状态1的一种转移方式，转移函数为：

$$\delta(2\ ,\ ASCII)=1\ ,\qquad 99(c)\le ASCII\le 255$$

状态3的转移函数

状态3有到状态1、状态4的两种转移方式，转移函数为：

$$\delta(3\ ,\ ASCII)\begin{cases}1, & 0 \le ASCII \le 98(b)\\ 4, & ASCII = 99(c)\end{cases}$$

状态4的转移函数

状态4有到状态1、状态5的两种转移方式，转移函数为：

$$\delta(4\ ,\ ASCII)\begin{cases}1, & 0 \le ASCII \le 103(g)\\ 5, & ASCII = 104(h)\end{cases}$$

状态5的转移函数

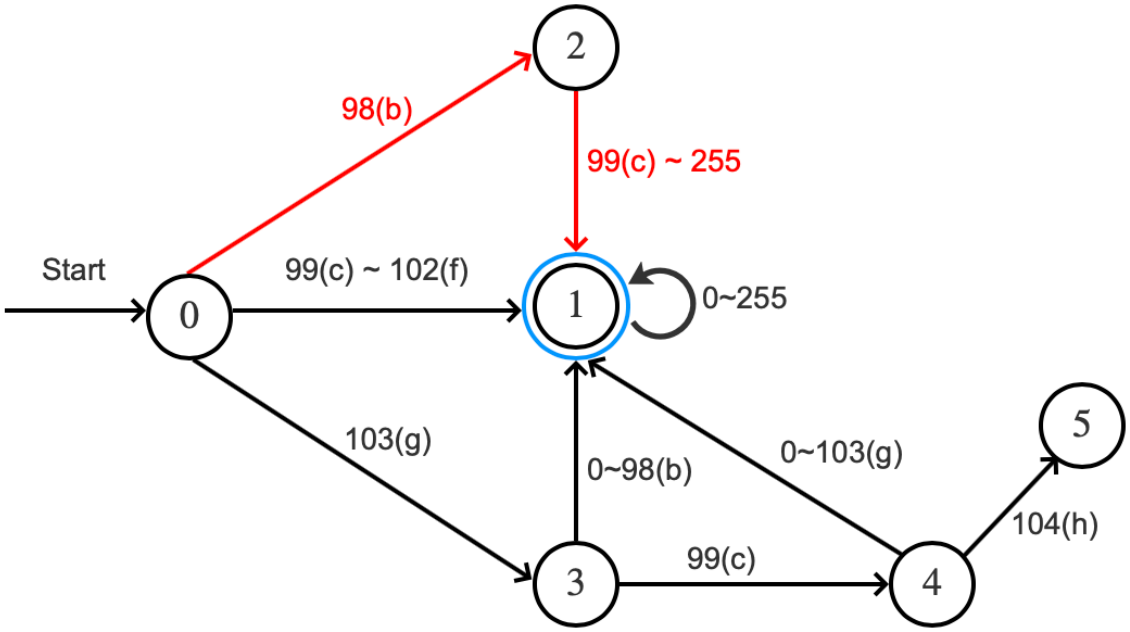
状态5是一个终结状态，故没有转移函数。

处理 "a"

“a”的ASCII码为97，无法通过转移函数完成转移，所以"a"不在查询范围内。

处理 "bcd"

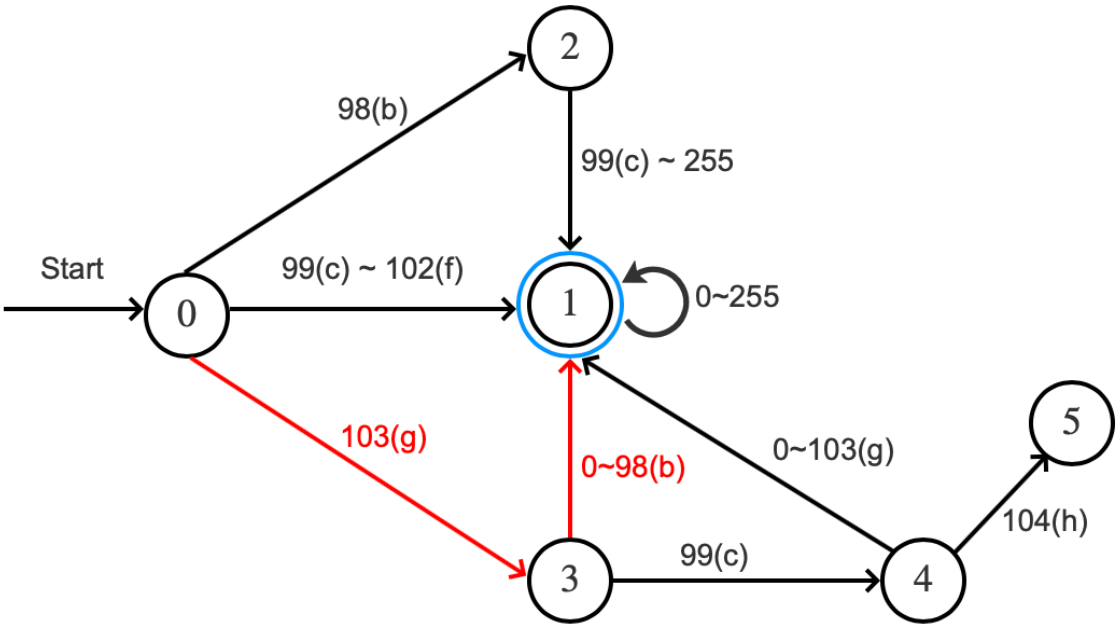
图5：



“b”根据状态0的转移函数转移到状态2，"c"根据状态2的转移函数转移到状态1，此时已经到达可接受状态，所以无论后面是任意的一个或多个字符，都是满足查询范围要求的，例如"bcd"、"bcddf"、"bcasdfasdfasdfasdf"。

处理 "ga"

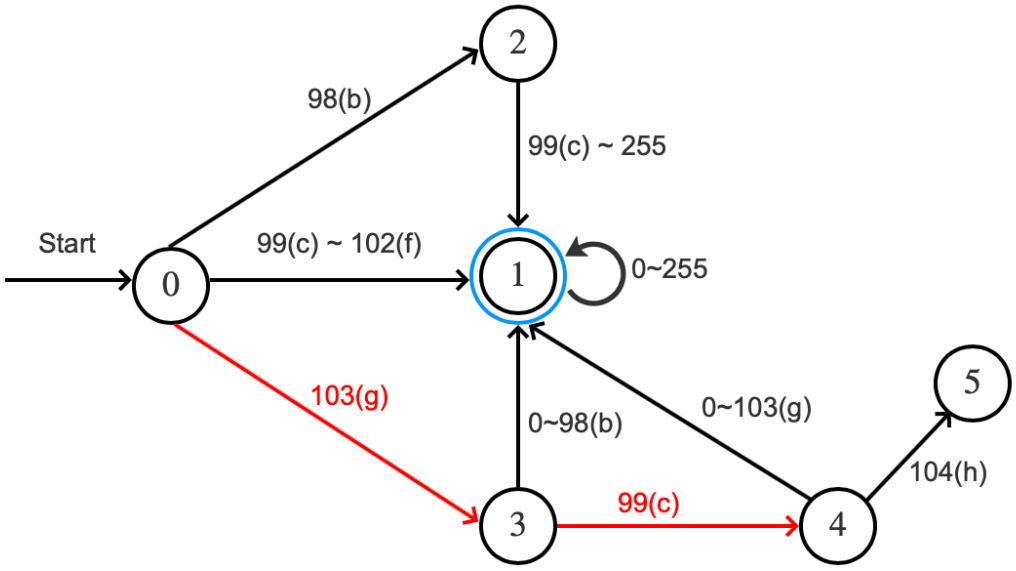
图6：



"g"根据状态0的转移函数转移到状态3，"a"根据状态3的转移函数转移到状态1，此时已经到达可接受状态，所以无论后面是任意的一个或多个字符，都是满足查询范围要求的。

处理 "gc"

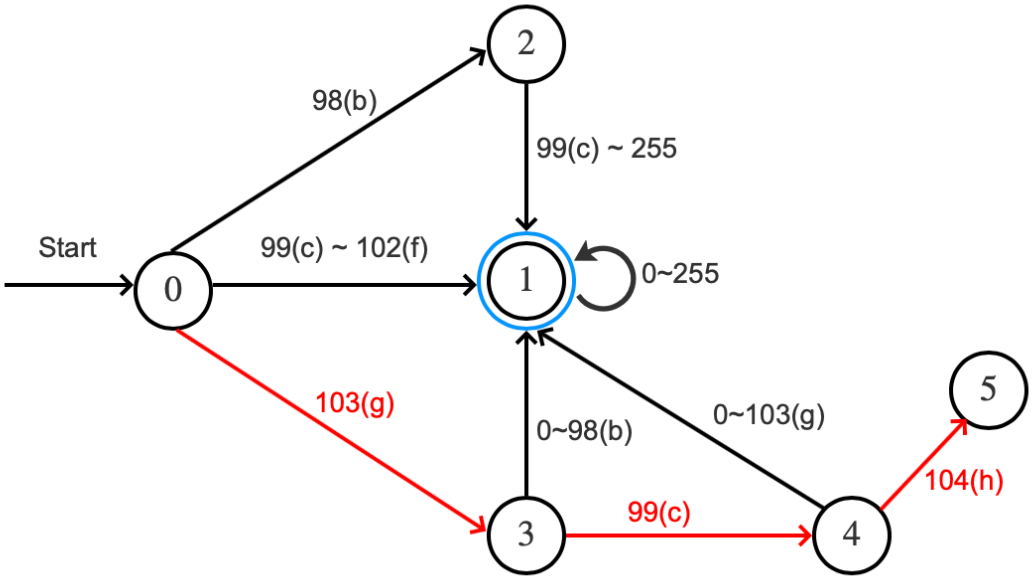
图7：



"g"根据状态0的转移函数转移到状态3，"c"根据状态3的转移函数转移到状态4，由于后面没有字符，所以可以根据状态4的转移函数转移到状态0。

处理 "gch"

图8：



"g"根据状态0的转移函数转移到状态3，"c"根据状态3的转移函数转移到状态4，"h"根据状态4的转移函数转移到状态5，状态5是一个终结状态，所以满足查询范围要求。

处理 "gchb"

"g"根据状态0的转移函数转移到状态3，"c"根据状态3的转移函数转移到状态4，"h"根据状态4的转移函数转移到状态5，**由于状态5是一个终结状态，所以无论出现哪个字符，都找不到下一个状态，所以不满足查询范围要求**。

结语

本文介绍了DFA在Lucene中的应用，是为介绍TermRangeQuery做一个前导知识，另外要说的是Lucene源码就像一座宝库，并且对一些理论跟算法有着最佳实践，欢迎大家一起学习交流。

文中介绍DFA的内容纯粹是复制粘贴书籍<<自动机理论、语言和计算导论(原书第3版)>>中第二章第二小节的内容。

点击下载Markdown文件